



CLASA a VIII-a

Subiectul I.

A. Fie a, b, c numere reale strict pozitive și $x \in R$ astfel încât

$$|ax - b| \leq c, |bx - c| \leq a, |cx - a| \leq b.$$

Arătați că $0 \leq x \leq 2$.

B. Numerele reale x, y și z satisfac relația:

$$x^2 + 4y^2 + 9z^2 + 20 = 4x + 12y + 24z$$

Aflați valoarea maximă a sumei $S = x + y + z$.

Subiectul II.

Diamantul Cullinan sau Marea Stea a Africii este cel mai mare diamant cunoscut și a fost descoperit în anul 1905 într-o mină din Africa de Sud. Din acest diamant s-au tăiat bijuterii în diverse forme poliedrale și au fost expuse în muzee. Pentru un astfel de diamant în formă de tetraedru regulat, se confecționează o cutie de sticlă, în formă de tetraedru regulat, iar diamantul este așezat cu vârfurile în centrele de greutate ale fețelor cutiei.

a. Demonstrați că latura diamantului este egală cu o treime din latura cutiei de sticlă.

b. Dacă prin centrul unei fețe a cutiei se face un orificiu pentru a introduce o tijă metalică de susținere, de grosime neglijabilă, care trece de-a lungul apotemei unei fețe a diamantului, să se determine poziția punctului de ieșire a tijei din cutie.

Subiectul III. Necesități curente

A. Andrei are în bucătărie un prelungitor cu trei prize, pe care îl poate folosi pentru diferite aparate electrocasnice. El are un cuptor cu microunde, de putere $P_1 = 2100$ W, o cană electrică de putere $P_2 = 600$ W, un robot de bucătărie cu puterea $P_3 = 800$ W. Toate aparatele funcționează la tensiunea de 220 V. El a citit pe prelungitor că valoarea maximă suportată a intensității curentului este 16 A.

a. Poate Andrei să folosească în siguranță cele trei aparate simultan? Justificați.

b. Dacă el folosește în fiecare zi cuptorul cu microunde, în medie 10 minute pe zi, cât costă energia consumată în 30 de zile, dacă prețul este de 0,8 lei pentru 1 kWh? Ce procent reprezintă această valoare din factura totală lunară de 90 lei?

B. Ioana a aflat că bunicii ei au achiziționat 1000 kg de lemne de foc pentru a-și încălzi locuința. Ea a găsit informația că, în medie, pentru a încălzi o cameră, este necesară o căldură de 279 MJ pe zi, iar puterea calorică a lemnului de foc este 16740 kJ/kg.

a. Știind că locuința bunicilor are trei camere, determinați cât timp poate fi încălzită locuința cu lemnele cumpărate.

b. Câte lemne ar trebui să mai cumpere pentru încă 30 de zile?

Fiecare subiect este notat cu 10 puncte, din care 1 din oficiu. Timp de lucru: 2 ore

Succes!